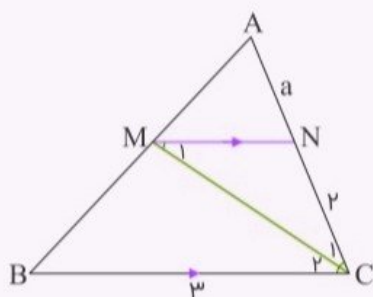


|                                       |                                                                                      |                          |                      |
|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|----------------------|
| آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : هندسه | ساعت شروع :                                                                          | تاریخ امتحان :           | مدت امتحان :         |
| نام و نام خانوادگی :                  | رشته : ریاضی                                                                         | پایه ی دهم دوره ی متوسطه | تعداد صفحات : ۵ صفحه |
| آزمون شبیه ساز + پاسخنامه             | جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید |                          |                      |
| ردیف                                  | سوالات                                                                               |                          |                      |
| نمره                                  |                                                                                      |                          |                      |

۱ در شکل زیر  $MN \parallel BC$  و  $CM$  نیمساز زاویه  $C$  است. مقدار  $a$  را بیابید.



تالیفی مهدی مجدآرا  
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

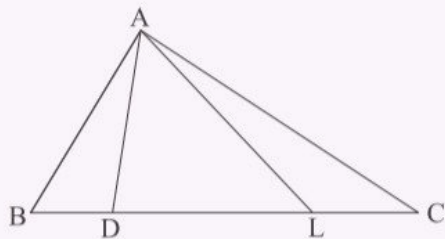
۲ ثابت کنید پاره‌خطی که اوساط دو ساق یک دوزنقه را به هم وصل می‌کند، از وسط دو قطر می‌گذرد.

تالیفی مهدی مجدآرا  
مدارس ریاضی و فیزیک مفید  
مدارس علوم تجربی مفید

۳ ثابت کنید از یک نقطهٔ غیرواقع بر یک خط، نمی‌توان بیش از یک عمود بر آن خط رسم کرد.

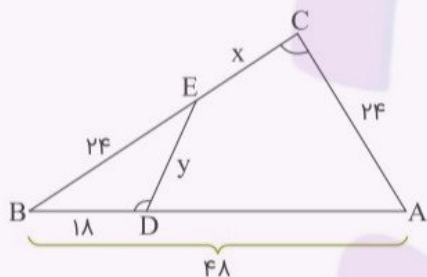
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

در شکل زیر می‌دانیم مساحت مثلث  $\triangle ADL$  چهار برابر مساحت مثلث  $\triangle ABD$  و دو برابر مساحت مثلث  $\triangle ALC$  است. مقدار عددی نسبت‌های  $\frac{BC}{DL}$  و  $\frac{DC}{LC}$  را بیابید.



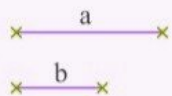
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

در شکل زیر،  $\widehat{C} = \widehat{BDE}$ ، مقادیر  $x$  و  $y$  و نسبت تشابه را به دست آورید.



مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر

دو پاره خط به طولهای  $a$  و  $b$  را در نظر بگیرید. روش رسم پاره خطی به طول  $\frac{a+b}{2}$  را به کمک خط کش و پرگار توضیح دهید.

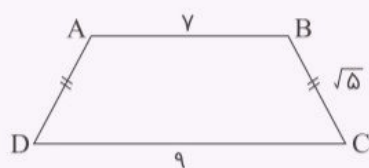


تالیفی علی صدقی

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

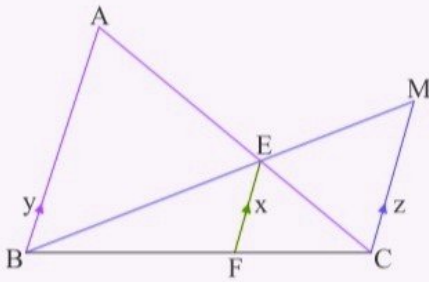
مدارس علوم تجربی مفید

باتوجه به اندازه های داده شده، مساحت ذوزنقه زیر را پیدا کنید.



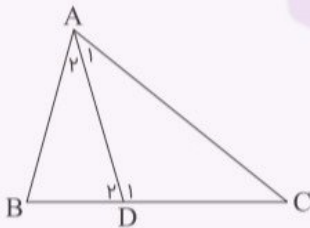
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

۸ در شکل زیر ثابت کنید:  $\frac{1}{x} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$



تالیفی مهدی مجدآرا  
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۹ فرض کنیم  $\triangle ABC$  مثلث دلخواه و  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  باشد. موارد زیر را ثابت کنید:



مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$\hat{D}_\alpha > \hat{A}_\alpha$$

الف

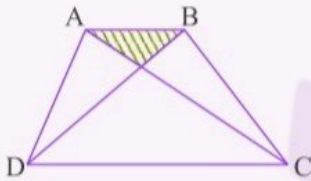
$$AB > BD$$

ب

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین  
مدارس علوم تجربی مفید  
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

در دوزنقه زیر، قاعده بزرگ سه برابر قاعده کوچک است. مساحت کل دوزنقه چند برابر مساحت مثلث هاشورخورده است؟

۱۱



تالیفی علی صدری  
مدارس ریاضی و فیزیک مفید  
مدارس علوم تجربی مفید

می‌دانیم برای مربع بودن یک چهار ضلعی کافی است قطرهای آن باهم برابر و عمودمنصف یکدیگر باشند. طریقه رسم مربعی به قطر ۳ سانتی‌متر را شرح دهید.

۱۲

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

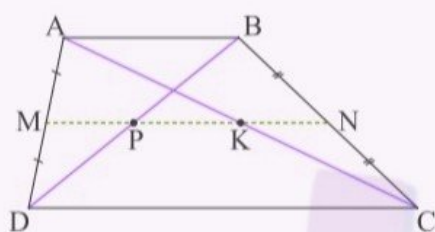
|                                       |                                                                                      |                          |                      |
|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|----------------------|
| آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : هندسه | ساعت شروع :                                                                          | تاریخ امتحان :           | مدت امتحان :         |
| نام و نام خانوادگی :                  | رشته : ریاضی                                                                         | پایه ی دهم دوره ی متوسطه | تعداد صفحات : ۵ صفحه |
| آزمون شبیه ساز + پاسخنامه             | جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید |                          |                      |
| ردیف                                  | پاسخنامه                                                                             |                          |                      |
| نمره                                  |                                                                                      |                          |                      |

$$MN \parallel BC \Rightarrow \left. \begin{matrix} \hat{M}_1 = \hat{C}_2 \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow MN = CN = 2$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{a}{a+2} = \frac{MN}{3} \Rightarrow \frac{a}{a+2} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3a = 2a + 4 \Rightarrow a = 4$$

تالیفی مهدی مجدآرا

مدارس ریاضی و فیزیک مفید



$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \xrightarrow{\text{عکس تالس در دوزنقه}} MN \parallel AB \parallel DC$$

$$\triangle ABD : MP \parallel AB \Rightarrow \frac{DM}{MA} = \frac{DP}{PB} \Rightarrow DP = PB$$

$$\triangle CBA : NK \parallel AB \Rightarrow \frac{CN}{NB} = \frac{CK}{KA} \Rightarrow CK = KA$$

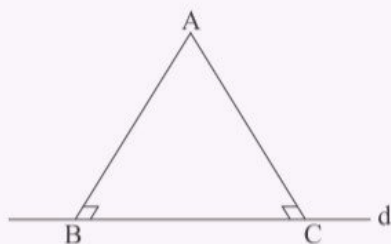
تالیفی مهدی مجدآرا

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

مدارس علوم تجربی مفید



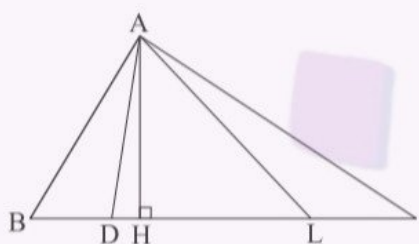
به روش برهان خلف فرض کنیم حکم نادرست باشد. یعنی از نقطه A دو عمود بر خط d رسم کرده‌ایم که مانند شکل، خط d را در نقاط B و C قطع کرده‌اند.



در این صورت مجموع زوایای مثلث  $\triangle ABC$  بیشتر از  $180^\circ$  خواهد بود و این غیرممکن است. پس امکان رسم دو عمود از نقطه A بر خط d وجود ندارد.

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

ارتفاع مشترک AH را رسم می‌کنیم:



$$\frac{S_{\triangle ADL}}{S_{\triangle ALC}} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}DL \times AH}{\frac{1}{2}LC \times AH} = 2 \Rightarrow \frac{DL}{LC} = 2$$

$$\frac{S_{\triangle ADL}}{S_{\triangle ABD}} = 4 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}DL \times AH}{\frac{1}{2}BD \times AH} = 4 \Rightarrow \frac{DL}{BD} = 4$$

$$BC = BD + DL + LC = \frac{1}{4}DL + DL + \frac{1}{2}DL = \frac{7}{4}DL \Rightarrow \frac{BC}{DL} = \frac{7}{4}$$

$$DC = DL + LC = 2LC + LC = 3LC \Rightarrow \frac{DC}{LC} = 3$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$\triangle BED, \triangle BCA : \begin{cases} \widehat{B} \text{ مشترک} \\ \widehat{C} = \widehat{BDE} \end{cases} \xrightarrow{ز.ز} \triangle BED \simeq \triangle BCA$$

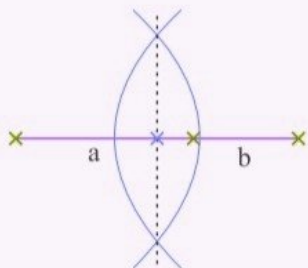
$$\frac{ED}{AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{BE}{AB} \Rightarrow \frac{y}{24} = \frac{18}{24+x} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 12$$

$$24 + x = 36 \Rightarrow x = 12$$

$$\Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر

ابتدا دو پاره خط را در امتداد هم رسم می‌کنیم. سپس عمود منصف پاره خط به دست آمده را رسم می‌کنیم. محل برخورد عمود منصف با پاره خط، پاره خط را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند که طول هر قسمت  $\frac{a+b}{2}$  است.



تالیفی علی صدری

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

مدارس علوم تجربی مفید

از A و B بر DC عمود می‌کنیم. باتوجه به متساوی الساقین بودن دوزنقه داریم:

$$DA' = B'C = \frac{9 - y}{2} = 1$$

$$\Delta BB'C = (\sqrt{5})^2 = BB'^2 + 1^2 \Rightarrow BB' = 2$$

$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده}}{2} = \frac{(y + 9) \times 2}{2} = 16$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$\Delta ABC : EF \parallel AB \Rightarrow \frac{CF}{BC} = \frac{EF}{AB} \xrightarrow{\text{تفصیل در صورت}} \frac{BC - CF}{BC} = \frac{AB - EF}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{BF}{BC} = \frac{AB - EF}{AB} \quad (1)$$

$$\Delta BMC : EF \parallel MC \Rightarrow \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{MC} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{EF}{MC} = \frac{AB - EF}{AB} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{y - x}{y} \Rightarrow \frac{x}{z} = 1 - \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{z} + \frac{x}{y} = 1$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین تساوی تقسیم بر } x} \frac{1}{z} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x}$$

تالیفی مهدی مجدآرا

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$\Delta ADC : \hat{D}_2 \text{ زاویه خارجی} \Rightarrow \begin{cases} \hat{D}_2 > \hat{A}_1 \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{cases} \Rightarrow \hat{D}_2 > \hat{A}_2$$

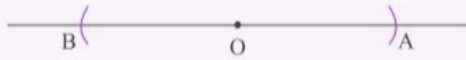


طبق قضیه می‌دانیم اگر در مثلث دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر است؛ پس:

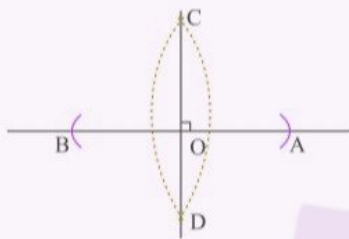
$$\triangle ABD : \hat{D} > \hat{A} \Rightarrow AB > BD$$

الف) ابتدا خطی راست با خط‌کش رسم می‌کنیم:

ب) سپس سوزن پرگار را روی خط قرار داده و آن نقطه را O می‌نامیم و دو کمان در دو طرف خط زده، بنابراین پاره‌خط AB تشکیل می‌شود.

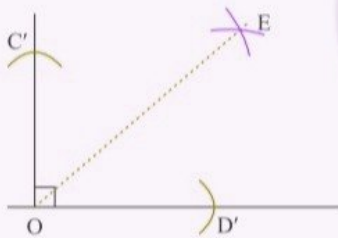


پ) حال عمود منصف پاره‌خط AB را رسم کرده که برای رسم آن ابتدا دو کمان با اندازهٔ برابر از نقطهٔ A و B زده و محل برخورد دو کمان را به یکدیگر وصل می‌کنیم. اکنون زاویهٔ AOC برابر ۹۰° خواهد بود.



ت) حال نیمساز زاویهٔ AOC را رسم می‌کنیم. برای این کار ابتدا پرگار را به اندازهٔ دلخواه باز کرده و کمانی بر خط OA و OC می‌زنیم.

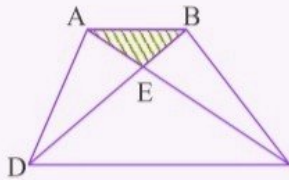
سپس کمان را به اندازهٔ دلخواه باز کرده و کمانی از D' و C' زده و محل برخورد آن دو کمان را E می‌نامیم. پس از آن خط OE را رسم می‌کنیم که همان نیمساز زاویهٔ AOC است. بنابراین EOA برابر ۴۵° می‌باشد.



تألیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید



$$\triangle ABE \sim \triangle DCE \Rightarrow \frac{S_{\triangle DCE}}{S_{\triangle ABE}} = 3^2 = 9$$

همچنین  $\triangle ABE$  و  $\triangle ADE$  مثلث‌هایی هم‌ارتفاع هستند؛ پس نسبت مساحتشان برابر C نسبت قاعده‌شان است.

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABE}} = \frac{DE}{BE} = 3$$

همین‌طور برای  $\triangle BCE$  داریم:

$$\frac{S_{\triangle BCE}}{S_{\triangle ABE}} = 3$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle BCE} + S_{\triangle ADE} + S_{\triangle DCE} = 16S_{\triangle ABE}$$

تالیفی علی صدری

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

مدارس علوم تجربی مفید

ابتدا پاره‌خط AC به طول ۳ سانتی‌متر را رسم می‌کنیم، سپس عمودمنصف آن را می‌کشیم و نقطه وسط AC را O می‌نامیم. دهانه پرگار را به اندازه  $\frac{3}{2}$  OA = OC باز می‌کنیم و به مرکز O کمان می‌زنیم تا عمودمنصف را در نقاط B و D قطع کند. نقاط B و D را به A و C وصل می‌کنیم. چهار ضلعی ABCD مربع خواسته شده است.

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر